ASPECTS VECTORIELS	ASPECTS MATRICIELS
$u : E \to F$ linéaire, $\dim E = p$, $\dim F = n$ choix d'une base $\mathcal{B}$ de E et d'une base $\mathcal{C}$ de F	$A = \mathrm{mat}(u, \mathcal{B}, \mathcal{C}) \in \mathrm{M}_{n,p}(\mathbb{K})$
$u : E \to F$, $v : F \to G$; $v \circ u : E \to G$	$\mathrm{mat}(v \circ u) = \mathrm{mat}(v) \times \mathrm{mat}(u)$
$x \in E$ $y = u(x)$	$X \in \mathrm{M}_{p,1}(\mathbb{K})$ vecteur colonne des coordonnées de x dans $\mathcal{B}$ $Y = AX \in \mathrm{M}_{n,1}(\mathbb{K})$ vecteur colonne des coordonnées de y dans $\mathcal{C}$
$\mathrm{Ker}\, u = \{x \in E / u(x) = 0\}$ sev de E $\mathrm{Im}\, u = \{u(x) / x \in E\}$ sev de F $= \mathrm{Vect}(u(e_1), \dots, u(e_p))$ où $\mathcal{B} = (e_1, \dots, e_p)$ $\mathrm{rg}(u) = \dim(\mathrm{Im}\, u)$ $\dim E = \dim \mathrm{Ker}(u) + \mathrm{rg}(u)$ théorème du rang	$\mathrm{Ker}\, A = \{X \in \mathrm{M}_{p,1}(\mathbb{K}) / AX = 0\}$ sev de $\mathrm{M}_{p,1}(\mathbb{K})$ $\mathrm{Im}\, A = \{AX / X\ X \in \mathrm{M}_{p,1}(\mathbb{K})\}$ sev de $\mathrm{M}_{n,1}(\mathbb{K})$ $= \mathrm{Vect}(\mathrm{C}_1, \dots, \mathrm{C}_p)$ où $\mathrm{C}_1, \dots, \mathrm{C}_p$ sont les colonnes de A $\mathrm{rg}(A) = \dim \mathrm{Vect}(\mathrm{C}_1, \dots, \mathrm{C}_p)$ $p = \dim \mathrm{Ker} A + \mathrm{rg}(A)$
u isomorphisme ($n = p$), $u \circ u^{-1} = \mathrm{id}_F$, $u^{-1} \circ u = \mathrm{id}_E$ $u(x) = y \Leftrightarrow x = u^{-1}(y)$	A inversible : $A \in \mathrm{GL}_n(\mathbb{K})$, $AA^{-1} = A^{-1}A = I_n$ $AX = Y \Leftrightarrow X = A^{-1}Y$
dualité : programme deuxième année !	$A^T \in \mathrm{M}_{p,n}(\mathbb{K})$; $\mathrm{rg}(A^T) = \mathrm{rg}(A)$ (rang des colonnes = rang des lignes)
$\mathcal{B}' = (e'_1, \dots, e'_p)$ famille de p vecteurs de E	$P_{\mathcal{B}}^{\mathcal{B}'}$ matrice de passage de $\mathcal{B}$ à $\mathcal{B}'$ (vecteurs colonne = coordonnées de $\mathcal{B}'$ dans $\mathcal{B}$) $P_{\mathcal{B}'}^{\mathcal{B}'} \in \mathrm{GL}_p(\mathbb{K})$ ssi $\mathcal{B}'$ est une base de $\mathcal{B}$; alors $P_{\mathcal{B}}^{\mathcal{B}'} = (P_{\mathcal{B}'}^{\mathcal{B}})^{-1}$
Changement de base pour les vecteurs : $x \in E$	$X_{\mathcal{B}}$ vecteur colonne des coordonnées de x dans $\mathcal{B}$ et $X_{\mathcal{B}'}$ vecteur colonne des coordonnées de x dans $\mathcal{B}'$; alors $X_{\mathcal{B}} = P_{\mathcal{B}}^{\mathcal{B}'} X_{\mathcal{B}'}$
Changement de base pour les applications linéaires : pour $u \in \mathcal{L}(E,F)$:	$A = \mathrm{mat}(u, \mathcal{B}, \mathcal{C})$, $A' = \mathrm{mat}(u, \mathcal{B}', \mathcal{C}')$ $A' = P_{\mathcal{C}'}^{\mathcal{C}} A\, P_{\mathcal{B}}^{\mathcal{B}'}$
pour $u \in \mathcal{L}(E)$:	$A = \mathrm{mat}_{\mathcal{B}}(u)$, $A' = \mathrm{mat}_{\mathcal{B}'}(u)$, $P = P_{\mathcal{B}}^{\mathcal{B}'}$ $A' = P^{-1}AP$, $A^n = PA'^nP^{-1}$
Famille de degré échelonné dans $\mathbb{K}[X]$	Matrice de passage triangulaire supérieure.
Si E euclidien et si $\mathcal{B}$ est une <u>base orthonormée</u>, $(x \mid y) = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i$	$X^T Y$ où X et Y sont les vecteurs colonne des coordonnées de x et y dans $\mathcal{B}$.
$\|x\|^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2$	$X^T X$ où X est le vecteur colonne des coordonnées de x dans $\mathcal{B}$.